Задача 3

Условие.

Набор данных: r23i\_os26c.sav – данные исследования RLMS-HSE

Объясняемая переменная: заработная плата за 30 дней - *salary*

Регрессоры:пол, возраст, семейное положение (состоит ли в зарегистрированном браке / разведён или вдовец / никогда не состоял в браке), наличие высшего образования, место проживания, среднее число рабочих часов в неделю – *sex, age, wed1, wed2, wed, higher\_educ, city\_status, working\_hours, salary.*

1. Постройте линейную регрессию зарплаты на все параметры, которые Вы выделили  
   из данных мониторинга. Не забудьте оценить коэффициент вздутия дисперсии VIF.
2. Поэкспериментируйте с функциями вещественных параметров: используйте  
   логарифм и степени (хотя бы от 0.1 до 2 с шагом 0.1).
3. Выделите наилучшие модели из построенных: по значимости параметров,  
   включённых в зависимости, и по объяснённому с помощью построенных  
   зависимостей разбросу adjusted R^2 – R^2adj.
4. Сделайте вывод о том, какие индивиды получают наибольшую зарплату.
5. Оцените регрессии для подмножества индивидов: а) городские жители, не состоявшие в браке; б) разведенные женщины, без высшего образования

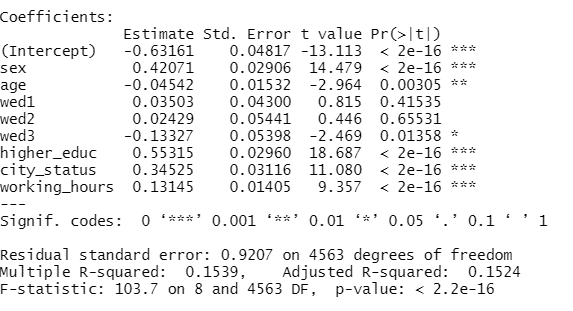
Решение.

Считаем данные исследования из файла, уберём значения NA и представим их в удобном для исследования виде:

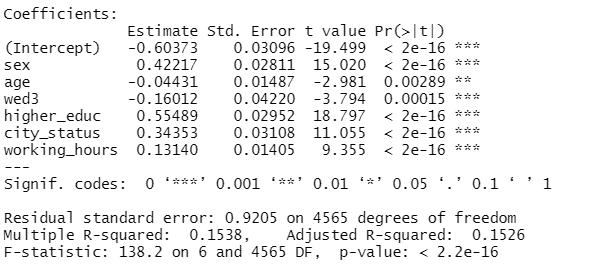
* Переменная *sex* принимает значение 1 для мужского пола, 0 – для женского
* *age* ­– переменная с нормализованным возрастом (формула для нормализации значения: (age - mean(age)) / sqrt(var(age)) )
* Семейное положение:
  + *wed1* = 1, если человек состоит в зарегистрированном браке, иначе 0
  + *wed2* = 1, если человек разведён или вдовец, иначе 0
  + *wed3* = 1, если человек никогда не был в браке, иначе 0
  + Проверим, что между *wed1, wed2, wed3* нет линейной зависимости
* *higher\_edu*c = 1, если у человека есть высшее образование, иначе 0
* *city\_status* = 1, если человек живёт в городе, иначе 0
* *working\_hours* – переменная с нормализованным числом рабочих часов в неделю (формула для нормализации значения: (working\_hours - mean(working\_hours)) / sqrt(var(working\_hours)) )
* *salary* – переменная с нормализованной зарплатой (формула для нормализации значения: ((salary - mean(salary)) / sqrt(var(salary)) )

1. Поострим линейную регрессию зарплаты на все параметры, оценим vif:

Модель строим командой model1 = lm(data = data2, salary ~ sex + age + wed1 + wed2 + wed3 + higher\_educ + city\_status + working\_hours)

  
Рисунок 1. Результат работы команды summary(model1), где model1 = lm(data = data2, salary ~ sex + age + wed1 + wed2 + wed3 + higher\_educ + city\_status + working\_hours)

Из рисунка 1 видим, что переменные *wed1* и *wed2* имеют плохую p-статистику. Уберём их и посмотрим, как изменится R^2:

  
Рисунок 2. Результат работы команды summary(model1), где model1 = lm(data = data2, salary ~ sex + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + working\_hours)

Из рисунка 2 видим, что R^2 изменился незначительно, зато p-статистика теперь хорошая для всех регрессоров. В дальнейшем будем работать с этой моделью.

Оценим vif у модели 1:

  
Рисунок 3. Результат работы команды vif(model1)

Из рисунка 3 видим, что vif низкий – линейной зависимости между регрессорами нет.

1. Введём в модель логарифмы и степени.

Логарифмы и степени имеет смысл вводить только для параметров *age* и *working\_hours*, так как остальные принимают только значения 0 или 1.

Модель с логарифмами: *model1 = lm(data = data2, salary ~ sex + working\_hours + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(log(working\_hours)) + I(log(age)))* - у это модели плохой vif, попробуем убрать регрессоры с максимальным vif.

Модели с низким vif

model1 = lm(data = data2, salary ~ sex + working\_hours + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(log(age)))

model2 = lm(data = data2, salary ~ sex + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(log(working\_hours)) + I(log(age)))

model3 = lm(data = data2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(log(working\_hours)) + I(log(age)))

Из них лучший R^2 имеет вторая модель, но у неё плохая p-статистика для wed3 и *I(log(age))*. У модели 3 R^2 чуть ниже, зато хорошая p-статистика для всех параметров

Построим модели со степенями в которых степень будет задаваться переменной *current\_pow*:

current\_pow = 0.1

model1 = lm(data = data2, salary ~ sex + working\_hours + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow)) – имеет плохие значения vif

Уберём из модели регрессоры working\_hours и age, как регрессоры с наибольшим vif

model1 = lm(data = data2, salary ~ sex + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

Модель имеет R^2 ~ 0.196 и плохую p-статистику у *wed3*. Уберём этот регрессор и посмотрим, как изменится R^2

model1 = lm(data = data2, salary ~ sex+ higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

R^2 ~ 0.196, везде хорошая p-статистика. Так как R^2 изменился не сильно, *wed3* можно исключить как маловажный.

Если вместо *working\_hours* и *age* исключать из модели другие регрессоры или их комбинации, чтобы избавиться от линейной зависимости параметров, то R^2 будет ниже.

Проделывая аналогичные действия для других степеней (смотри код программы в приложении 1) заметим, что до степени 1.1 включительно R^2 будет расти (исключая степень 1 – это будет исходная модель), а после этого будет снижаться. Vif и p-статистика у моделей при этом будет примерно одинаковой.

1. Выделим наилучшие модели из построенных: по значимости параметров, включённых в зависимости, и по объяснённому с помощью построенных зависимостей разбросу adjusted R^2 – R^2\_adj

Наилучшими по значению R^2 из всех моделей без линейной зависимости регрессоров являются модели для степеней 0.9, 1.1, 1.2. Разброс R2 - R2\_adj у них одинаковый. Эти же модели являются лучшими по p-статистике у регрессоров. Из этих трёх моделей лучшей является модель model1 = lm(data = data2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow)) для current\_pow = 1.1, которая имеет наивысший R^2 = 0.21

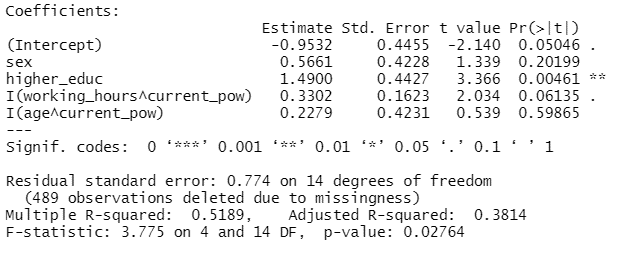
1. Согласно наилучшей модели больше всего зарабатывают молодые мужчины с высшим образованием, проживающие в городах, работающие большое число часов в неделю. Семейное положение, судя по всему, неважно.
2. Оценим регрессии для подмножества индивидов: а) Городские жители, не состоявшие в браке; б) разведенные женщины, без высшего образования

а) выделим множество городских жителей, не состоящих в браке:

data3 = subset(data2, city\_status == 1)

data3 = subset(data3, wed3 == 1)

Тогда имеем следующую модель:

  
Рисунок 4. Результат работы команды summary(model1), где model1 = lm(data = data3, salary ~ sex + higher\_educ + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

Все параметры, кроме *higher\_educ* - малозначимые. R^2 ~ 0.5189. Согласно этой модели наибольшая зарплата у мужчин с высшим образованием старшего возраста, работающих много.

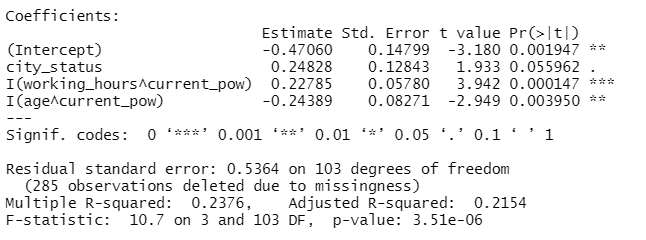
б) выделим множество разведенных женщин без высшего образования:

data3 = subset(data2, sex == 0)

data3 = subset(data3, wed2 == 1)

data3 = subset(data3, higher\_educ == 0)

Тогда имеем следующую модель:

  
Рисунок 5. Результат работы команды summary(model1), где model1 = lm(data = data3, salary ~ city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

Все параметры, кроме *city\_status*, значимые, R^2 ~ 0.2376

Согласно этой модели наибольшая зарплата у проживающих в городе, работающих много, молодого возраста.

Полный код решения задачи приведён в Приложении 1.

Заключение

Из всей выборки больше всего зарабатывают молодые мужчины с высшим образованием, проживающие в городах, работающие большое число часов в неделю. Семейное положение, судя по всему, неважно.

Среди городских жителей, не состоящих в браке, наибольшая зарплата у мужчин с высшим образованием старшего возраста, работающих много.

Среди разведенных женщин без высшего образования наибольшая зарплата у проживающих в городе, работающих много, молодого возраста.

Приложение 1

Код решения задачи:

library("lmtest")

library("GGally")

library(car) # функция vif()

library("rlms") # Пакет предназначен для работы с данными исследования RLMS

library("dplyr") # Пакет для различных манипуляций с данными

library(sandwich) # Пакет для оценки стандартной ошибки

**data** <- rlms\_read("r23i\_os26c.sav") # Считываю данные исследования для своего варианта

"

sh5 Пол респондента

1 МУЖСКОЙ

2 ЖЕНСКИЙ

age Количество полных лет

s\_marst СЕМЕЙНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ

1 Никогда в браке не состояли

2 Состоите в зарегистрированном браке

3 Живете вместе, но не зарегистрированы

4 Разведены и в браке не состоите

5 Bдовец (вдова)

6 ОФИЦИАЛЬНО ЗАРЕГИСТРИРОВАНЫ, НО ВМЕСТЕ НЕ ПРОЖИВАЮТ

s\_diplom ЗАКОНЧЕННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ (ГРУППА)

1 окончил 0 - 6 классов

2 незаконч среднее образование (7 - 8 кл)

3 незаконч среднее образование (7 - 8 кл) + что-то еще

4 законч среднее образование

5 законч среднее специальное образование

6 законч высшее образование и выше

status ТИП НАСЕЛЕННОГО ПУНКТА

1 областной центр

2 город

3 ПГТ

4 село

sj13.2 За последние 12 месяцев какова была Ваша среднемесячная зарплата на этом

предприятии после вычета налогов - независимо от того, платят Вам ее вовремя или

нет?

sj6.2 Сколько часов в среднем продолжается Ваша обычная рабочая неделя?

"

**data** = select(**data**, sh5, s\_age, s\_marst, s\_diplom, status, sj13.2, sj6.2)

**data** = na.omit(**data**)

glimpse(**data**)

**data**2 = select(**data**,) #Новая база данных для нормализованных значений

#Пол

**data**2["sex"] = 0

**data**2$sex[which(**data**$sh5 == 1)] <- 1

#Возраст

age = **data**$s\_age

**data**2["age"] = (age - mean(age)) / sqrt(var(age))

#Семейное положение:

#Состоит ли в зарегестрированном браке?

**data**2$wed1 = 0

**data**2$wed1[which(**data**$s\_marst==2)] <- 1

**data**2$wed1[which(**data**$s\_marst==6)] <- 1

#Разведён или вдовец?

**data**2$wed2 = 0

**data**2$wed2[which(**data**$s\_marst==4)] <- 1

**data**2$wed2[which(**data**$s\_marst==5)] <- 1

#Никогда не состоял в браке?

**data**2$wed3 = 0

**data**2$wed3[which(**data**$s\_marst==1)] <- 1

# Проверим, что отсутствует линейная зависимость между симейными положениями

vif(lm(**data**$sj13.2 ~ **data**2$wed1 + **data**2$wed2 + **data**2$wed3))

#Наличие высшего образования

**data**2$higher\_educ = 0

**data**2$higher\_educ[which(**data**$s\_diplom==6)] <- 1

#Живёт в городе?

**data**2$city\_status = 0

**data**2$city\_status[which(**data**$status==1)] <- 1

**data**2$city\_status[which(**data**$status==2)] <- 1

#Нормализованное среднее число рабочих часов в неделю

working\_hours = **data**$sj6.2

**data**2$working\_hours = (working\_hours - mean(working\_hours)) / sqrt(var(working\_hours))

#Нормализованная средняя зарплата

salary = **data**$sj13.2

**data**2$salary = (salary - mean(salary)) / sqrt(var(salary))

# 1. Постройте линейную регрессию зарплаты на все параметры, которые Вы выделили из данных мониторинга. Не забудьте оценить коэффициент вздутия дисперсии VIF.

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + age + wed1 + wed2 + wed3 + higher\_educ + city\_status + working\_hours)

vif(model1)

summary(model1)

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + working\_hours)

vif(model1)

summary(model1)

# 2. Поэкспериментируйте с функциями вещественных параметров: используйте логарифм и степени (хотя бы от 0.1 до 2 с шагом 0.1).

# с логарифмами:

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + working\_hours + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(log(working\_hours)) + I(log(age)))

vif(model1)

summary(model1)

#R^2 ~ 0.21

# Не самые хорошие p-статистика и vif, увеличился R^2

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + working\_hours + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(log(age)))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.179

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(log(working\_hours)) + I(log(age)))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.2082

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(log(working\_hours)) + I(log(age)))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.1924, хорошая p-статистика

#Со степенями:

current\_pow = 0.1

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + working\_hours + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.213

# Плохие значения vif

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.196

# Плохая p-статистика у wed3

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex+ higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.196

# Везде хорошая p-статистика

current\_pow = 0.2

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + working\_hours + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.213

# Плохие значения vif

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.21

# Плохие значения vif

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.199

# Плохая p-статистика у wed3

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.199

# Везде хорошая p-статистика

current\_pow = 0.3

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + working\_hours + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.213

# Плохие значения vif

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.20

# Плохая p-статистика у wed3

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.202

# Везде хорошая p-статистика

current\_pow = 0.4

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + working\_hours + age + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.213

# Плохие значения vif

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + wed3 + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.205

# Плохая p-статистика у wed3

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.205

# Везде хорошая p-статистика

#Заметим, что с увеличением current\_pow немного увеличивается R^2, перейдём сразу к степени 0.9

current\_pow = 0.9

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.2117

# Везде хорошая p-статистика

# Для степени 1 результат мы уже имеем

current\_pow = 1.1

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.2118

# Везде хорошая p-статистика

current\_pow = 1.2

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.2114

# Везде хорошая p-статистика

current\_pow = 1.3

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.2108

# Везде хорошая p-статистика

current\_pow = 1.4

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.21

# Везде хорошая p-статистика

current\_pow = 1.5

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.209

# Везде хорошая p-статистика

# и далее R^2 уменьшается

current\_pow = 1.7

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.206

# Везде хорошая p-статистика

current\_pow = 1.9

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.203

# Везде хорошая p-статистика

current\_pow = 2

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# R^2 ~ 0.15

# Плохая p-статистика у I(working\_hours^current\_pow)

# 3.Выделите наилучшие модели из построенных: по значимости параметров,включённых в зависимости, и по объяснённому с помощью построенных зависимостей разбросу adjusted R2 - R2adj.

# Сравним лучшие модели:

current\_pow = 0.9

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

#Multiple R-squared: 0.2117, Adjusted R-squared: 0.2061

current\_pow = 1.1

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

#Multiple R-squared: 0.2118, Adjusted R-squared: 0.2062

current\_pow = 1.2

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

#Multiple R-squared: 0.2114, Adjusted R-squared: 0.2058

# Разброс R2 - R2\_adj везде одинаковый, а R^2 больше для степени 1.1

# Итого, среди моделей без линейной зависимости параметров с хорошими показателями p-статистики у регрессоров лучшей по R^2 оказалась модель для степени 1.1:

current\_pow = 1.1

model1 = lm(**data** = **data**2, salary ~ sex + higher\_educ + city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

vif(model1)

summary(model1)

# с R^2 ~ 0.2118

# 4. Сделайте вывод о том, какие индивиды получают наибольшую зарплату.

#Согласно этой модели больше всего зарабатывают молодые мужчины с высшим образованием, проживающие в городах, работающие большое число часов в неделю.

#Семейное положение, судя по всему, неважно

# 5. Оцените регрессии для подмножества индивидов: а) Городские жители, не состоявшие в браке; б )разведенные женщины, без высшего образования

current\_pow = 1.1

#Городские жители, не состоявшие в браке

**data**3 = subset(**data**2, city\_status == 1)

**data**3 = subset(**data**3, wed3 == 1)

model1 = lm(**data** = **data**3, salary ~ sex + higher\_educ + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

summary(model1)

# Параметры, кроме higher\_educ - малозначимые. R^2 ~ 0.5189

# Наибольшая зарплата у мужчин с высшим образованием старшего возраста, работающих много

#разведенные женщины, без высшего образования

**data**3 = subset(**data**2, sex == 0)

**data**3 = subset(**data**3, wed2 == 1)

**data**3 = subset(**data**3, higher\_educ == 0)

model1 = lm(**data** = **data**3, salary ~ city\_status + I(working\_hours^current\_pow) + I(age^current\_pow))

summary(model1)

# почти все параметры значимые, R^2 ~ 0.2376

# Наибольшая зарплата у проживающих в городе, работающих много, молодого возраста.